

**Physique  
Générale :  
Mécanique**

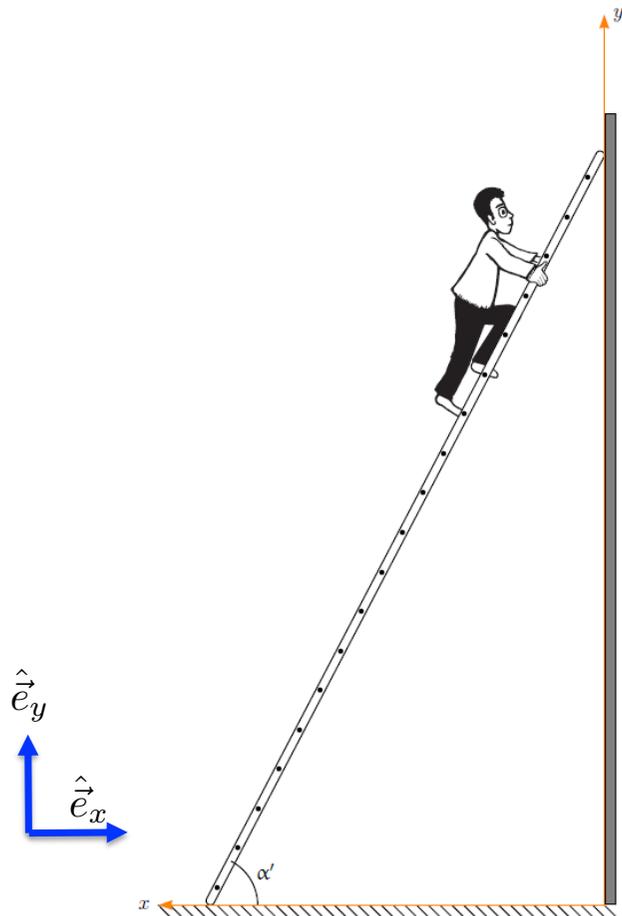
**12.02: Problèmes  
résolus: Statique:  
Problème de l'échelle  
contre le mur**

**Sections  
SC, GC & SIE , BA1**

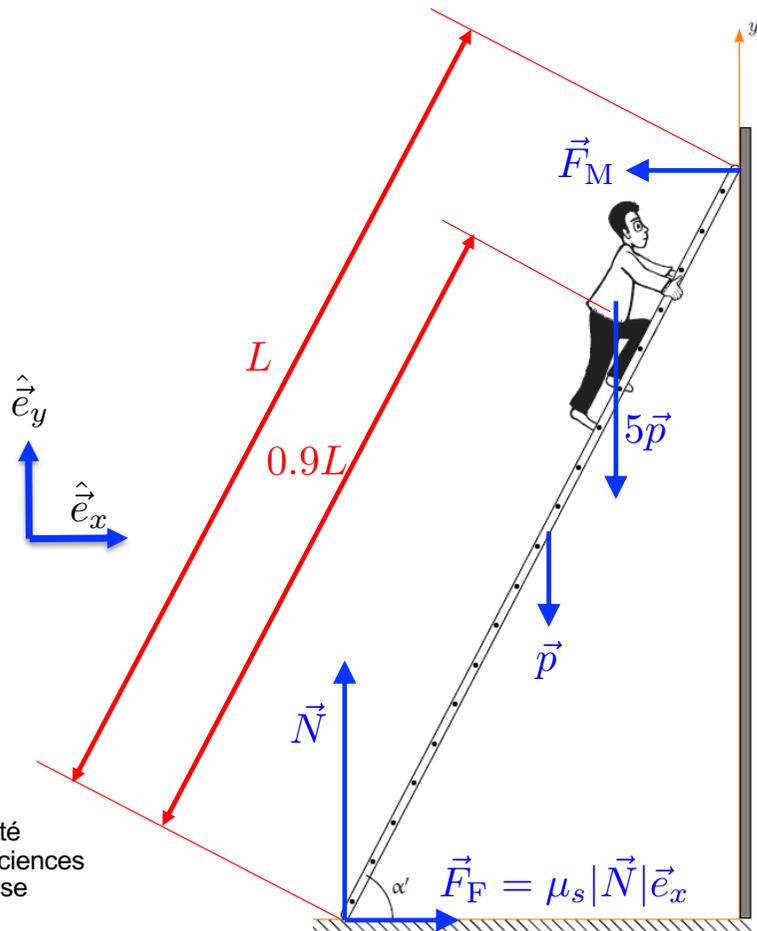
**Dr. J.-P. Hogge**

**Swiss Plasma Center**

**École polytechnique  
fédérale de  
Lausanne**



- Une échelle de poids  $p$  est placée contre un mur lisse, et fait un angle  $\alpha$  avec celui-ci. Le coefficient de frottement sec entre l'échelle et le mur est négligeable, alors que celui entre l'échelle et le sol est  $\mu_s = 0.5$ .
- Une personne de poids  $p_1 = 5p$  désire monter en haut de l'échelle.
- Déterminer l'angle  $\alpha$  tel qu'il arrive à 90% de la hauteur avant que l'échelle se mette à glisser.



■ Référentiel:

- Laboratoire

■ Système(s):

- Echelle + personne

■ Forces agissant sur le système:

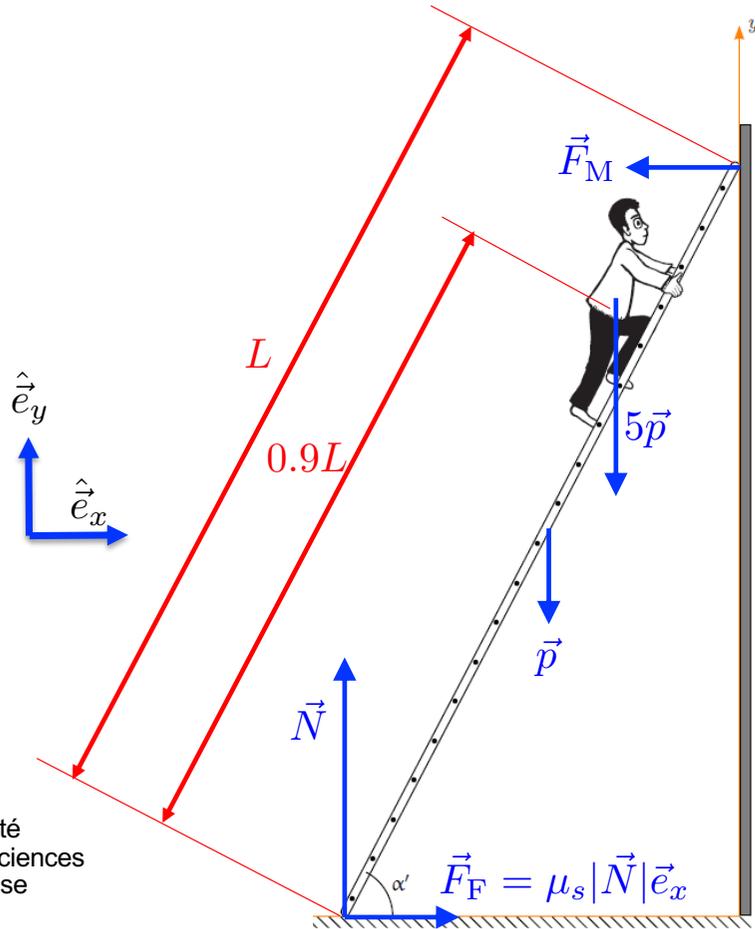
- Poids de l'échelle:  $\vec{p}$
- Poids de la personne:  $5\vec{p}$
- Force exercée par le mur:  $\vec{F}_M$
- Forces exercées par le sol:
  - Soutien:  $\vec{N}$
  - Force de frottement:  $\vec{F}_F = \mu_s |\vec{N}| \vec{e}_x$

■ Contraintes: Aucune

■ Equations utilisables:

- Equations de la statique:

$$\sum \vec{F}^{\text{ext}} = 0 \quad \sum \vec{M}_O^{\text{ext}} = 0$$



■  $\sum \vec{F}^{\text{ext}} = 0$

Selon  $\hat{e}_y$  :  $\vec{N} + \vec{p} + 5\vec{p} = 0 \implies \vec{N} = -6\vec{p}$

Selon  $\hat{e}_x$  :  $\vec{F}_M + \vec{F}_F = 0$

$\implies |\vec{F}_M| = |\vec{F}_F| = \mu_s 6|\vec{p}|$

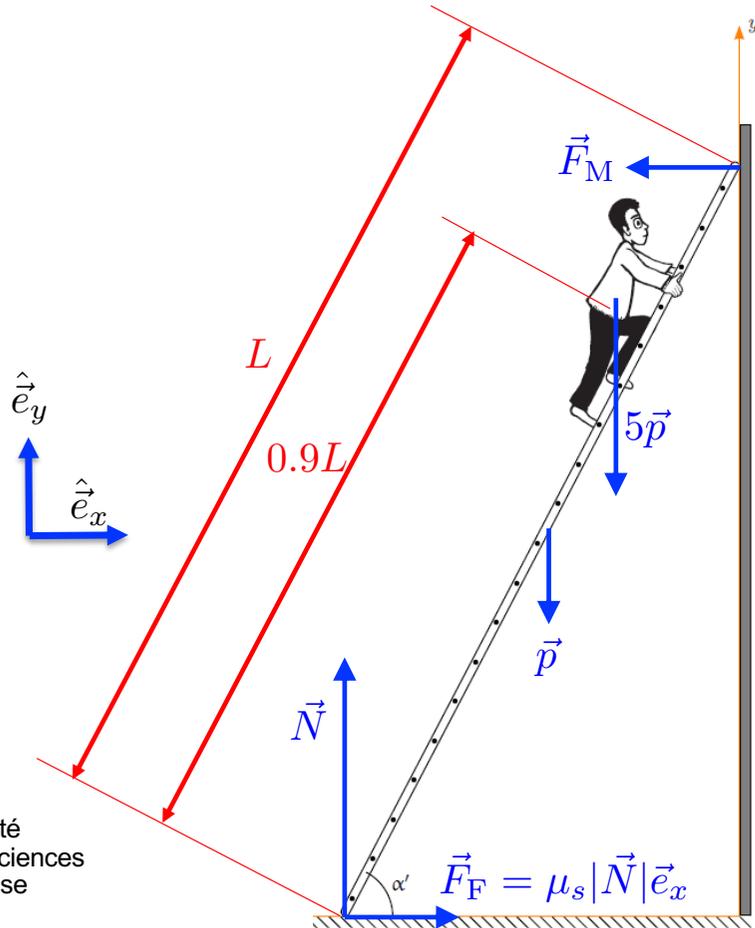
■  $\sum \vec{M}_O^{\text{ext}} = 0$

Choix de O: point de contact de l'échelle au sol

$$\left( -|\vec{p}| \frac{L}{2} \cos \alpha - 5|\vec{p}| 0.9L \cos \alpha + |\vec{F}_M| L \sin \alpha \right) \hat{e}_z = 0$$

en remplaçant  $|\vec{F}_M|$

$$|\vec{p}| L \left( \frac{\cos \alpha}{2} + 4.5 \cos \alpha - 6\mu_s \sin \alpha \right) = 0$$



On résout pour  $\alpha$

$$|\vec{p}| L \left( \frac{\cos \alpha}{2} + 4.5 \cos \alpha - 6\mu_s \sin \alpha \right) = 0$$

$$\Rightarrow (5 \cos \alpha - 6\mu_s \sin \alpha) = 0$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{5}{6\mu_s} = \frac{10}{6}$$

$$\Rightarrow \alpha = 59^\circ$$